MEGI

MESTRADO

Estatística e Gestão de Informação

METODOLOGIA VALUE-AT-RISK: APLICAÇÃO A UMA CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES DE TESOURO PORTUGUESAS

Ana Rita da Costa de Sousa Martins

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Estatística e Gestão de Informação

UNIVERSIDADE NOVA

ISEGI Estatística e Gestão de Informação

Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação

Universidade Nova de Lisboa

Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação
Universidade Nova de Lisboa

METODOLOGIA VALUE-AT-RISK: APLICAÇÃO A UMA CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES DE TESOURO PORTUGUESAS

por

Ana Rita da Costa de Sousa Martins

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Estatística e Gestão de Informação, Especialização em Análise e Gestão de Risco.

Orientador: Professor Doutor Pedro Corte Real

Novembro 2012

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador Professor Doutor Pedro Corte Real por todo o seu apoio, paciência e compreensão nas diferentes fases do trabalho desenvolvido.

À Lúcia Ventura por todo o apoio, ajuda e suporte ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais que sempre estiveram presentes e disponíveis nos momentos bons e maus que surgiram durante estes meses. Muito obrigado por tudo e pela vossa paciência.

À minha irmã Cristina que, por já ter passado por este processo, me ia dando conselhos bastantes úteis durante o desenvolvimento deste trabalho.

A todos os meus amigos que, de uma maneira ou de outra, me foram incentivando e dando força para levar este projeto em frente.

RESUMO

O conhecimento prévio do risco a que um país está exposto sempre foi essencial. No entanto, e dada a situação financeira verificada na Zona Euro, esse conhecimento tornou-se crucial. Sendo o *Value-at-Risk* (VaR) uma medida de mensuração do risco financeiro, este trabalho tem como principal objetivo a aplicação de vários modelos VaR, considerando uma carteira constituída por quatro Obrigações do Tesouro Portuguesas, sendo posteriormente verificada a sua performance, de modo a verificar se são adequados ou não. Os modelos utilizados serão o modelo da Simulação Histórica, o modelo de Monte Carlo (modelos não paramétricos) e o modelo paramétrico das Variância-Covariâncias, sendo a matriz referida calculada através dos modelos *Equal Weighted* e *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). No modelo de Monte Carlo e no modelo paramétrico foram efetuados cálculos considerando duas distribuições, a distribuição Normal e a distribuição t-Student.

Relativamente aos resultados obtidos, os modelos não paramétricos são os que apresentam uma melhor performance, sendo o modelo de Monte Carlo, considerando tanto a distribuição Normal como a distribuição t-Student, aquele que apresentou uma performance superior.

PALAVRAS-CHAVE

Value-at-Risk; Obrigações do Tesouro; Simulação Histórica; Simulação de Monte Carlo; Método das Variâncias-Covariâncias

ABSTRACT

Prior knowledge of the risk that a country is exposed to has always been essential. However, in the present financial situation of the Euro Zone, this knowledge has become crucial. Value-at-Risk (VaR) is a measure of financial risk, and the aim of this work is to apply several VaR models to a portfolio composed of four Portuguese Treasury Bonds and then their performance is checked to ascertain their adequacy. The models used are the Historical Simulation, Monte Carlo (non-parametric models) and the Equal Weighted and Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) models. In the Monte Carlo model and the parametric model the calculations were done by considering two distributions, the Normal and the T-Student distributions.

The results were more favorable for the non parametric models and, in particular, the Monte Carlo model was the one with the best performance.

KEYWORDS

Value-at-Risk; Treasury bonds; Historical Simulation; Monte Carlo Simulation; Variance-Covariance Method.

ÍNDICE

Agradecimentos ... iii
Resumo ... iv
Abstract ... v
Índice de Tabelas ... viii
1. Introdução ... 1
   1.1 Enquadramento ... 1
   1.2 Objetivos ... 7
   1.3 Organização do trabalho ... 8
2. Value-at-Risk (VaR) ... 9
3. Estimação do VaR ... 11
   3.1 Modelos não paramétricos ... 13
   3.2 Modelos paramétricos ... 13
4. Descrição dos modelos ... 15
   4.1. Modelos não paramétricos ... 15
      4.1.1. Simulação Histórica ... 15
      4.1.2. Simulação de Monte Carlo ... 16
   4.2. Modelos paramétricos ... 17
      4.2.1 *Equal Weighted Moving Averag*e ... 17
      4.2.2 *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) ... 17
5. Backtesting ... 19
   5.1 *Unconditional Coverage Test* – Teste de Kupiec ... 19
   5.2 *Conditional Coverage Test* – Teste de Chritoffersen ... 20
Resultados ... 21
   6.1 Distribuição empírica ... 21
   6.2 Avaliação de Performance ... 21
      6.2.1 Número de Exceções ... 21
      6.2.2 Teste de Kupiec (1995) e Teste de Christoffersen (1998) ... 22
7. Conclusões ... 24
8. Limitações e recomendações para trabalhos futuros ... 245
9. Bibliografia ... 26
10. Anexos ... 28

Anexo 1 – Gráficos das séries de rentabilidade 28
Anexo 2 – Análise descritiva das séries de rentabilidades 29
Anexo 3 – VaR estimado vs Rentabilidade efetiva... 30

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 6.1 – Frequência de exceções 21
Tabela 6.1 – Valores dos p-value para o Teste de Kupiec 22
Tabela 6.2 – Valores dos p-value para o Teste de Christoffersen 23

1. INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO

A palavra risco tem origem na palavra *risicare* que significa “ousar”, o que faz com que o risco seja uma escolha ao invés de um destino (Bernstein, 1996). A história do risco baseia-se nas ações que se ousam tomar e na liberdade que se tem para fazer escolhas.

A génese matemática do conceito de risco é a teoria das probabilidades. Em 1654, o Chevalier de Mére, um nobre francês com gosto para o jogo e para a matemática, desafiou Blaise Pascal a resolver a questão de como dividir as apostas de um jogo inacabado e em que um dos jogadores está à frente. Pascal pediu ajuda a Pierre de Fermat e, a troca de correspondência entre os dois, assinalou um acontecimento memorável na história da matemática e da teoria da probabilidade. Em resposta ao Chevalier de Mére, Pascal e Fermat construíram um modelo sistemático para análise de resultados futuros, ou seja, criaram um procedimento para determinar a probabilidade de cada um dos possíveis resultados, assumindo sempre que os resultados podem ser medidos matematicamente (Bernstein, 1996).

Em 1662, um grupo de membros do Mosteiro de Port-Royal[1] publicou o *La logique, ou fart de penser*, também conhecido como *Port-Royal Logic*. A última parte do livro continha quatro capítulos sobre probabilidade e sobre o processo de desenvolver uma hipótese a partir de um conjunto limitado de factos (atualmente conhecido por inferência estatística). Entre outras questões, era mencionada uma regra para o uso adequado da razão na determinação de quando se deve aceitar a autoridade humana, uma base para interpretação de eventos históricos e ainda a aplicação de medidas numéricas para as probabilidades. O último capítulo fala sobre um jogo em que, cada um dos dez jogadores, arrisca uma moeda na esperança de ganhar as nove moedas dos restantes jogadores. Segundo Hacking (1975), esta foi a primeira vez que, numa versão impressa, a probabilidade foi mensurada.

Daniel Bernoulli em 1731 apresentou um artigo intitulado *Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis (Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk)*, que tinha como tema central o facto do valor de um item não ser baseado no seu preço mas sim no lucro que ele origina. Neste artigo, Bernoulli definiu pela primeira vez o processo sistemático pelo qual a maioria das pessoas faz as suas escolhas e toma

[1] Ainda em 1954, Pascal passou a viver neste Mosteiro. Enquanto lá estava criou a primeira linha de transportes em Paris, sendo que todos os lucros revertiam para o Mosteiro.

decisões mas, ainda mais importante, explicou a aversão ao risco quando propôs a ideia de que a satisfação obtida por um pequeno aumento de riqueza tende a ser inversamente proporcional à quantidade de bens adquirida anteriormente (Bernstein, 1996).

Tanto Bernoulli como os autores de *Port-Royal Logic*, basearam os seus argumentos na proposição de que, qualquer decisão relacionada com o risco implica dois elementos distintos mas ainda assim inseparáveis: os factos objetivos e a visão subjetiva sobre o desejo daquilo que se pode ganhar ou perder pela decisão. Tanto a medida objetiva como os graus de confiança subjetivos são essenciais, nenhum deles é suficiente sozinho (Bernstein, 1996).

Francis Galton era obcecado pela medição e, a sua insistência em testar as suas ideias através da experimentação, conduziu-o até à descoberta de uma nova teoria estatística. No ano de 1875, através de uma experiência sugerida por Charles Darwin (seu primo), Galton propôs o princípio geral da regressão que, de acordo com Galton, é a tendência da média ideal dependente desviar-se do tipo parental, regressando para o que se pode descrever por alto, ou mais corretamente, como sendo um tipo de média ancestral. Em 1885, por ocasião da sua eleição para a presidência da associação Britânica para o Avanço da Ciência, Galton confirmou a teoria da regressão e introduziu o conceito de correlação. Não sendo Galton um matemático, as descobertas feitas por ele transformaram a noção de probabilidade, de um conceito estático baseado na aleatoriedade e na lei dos grandes números, num conceito dinâmico em que os sucessores dos outliers[2] estão predestinados a juntarem-se aos mais comuns (Bernstein, 1996).

Em Junho de 1952, o Journal of Finance publicou o artigo “Seleção de Portfolio” escrito por Harry Markowitz. Este artigo foi bastante inovador e influente, quer teoricamente quanto praticamente, e permitiu que o Prémio Nobel de Ciências Económicas fosse atribuído a Markowitz em 1990. O tema do artigo era a escolha de investimento do capital próprio, tema que era considerado arriscado e especulativo. Mas, mais ousado, foi o facto de Markowitz ter lidado com gestão da carteira do investidor afirmando que, considerar a carteira de títulos é totalmente diferente de se considerarem os títulos individualmente, também conhecido por Teoria do Portfolio[3],

[2] Por definição, outliers são observações que apresentam um grande afastamento ou são inconsistentes relativamente às restantes observações.

[3] O principal resultado é o de que a volatilidade da carteira é menor que a volatilidade dos instrumentos que a compõem

mostrando assim que a diversificação é o melhor a que um gestor pode chegar (Bernstein, 1996).

Estes acontecimentos são a base de todas as ferramentas utilizadas no presente para a Gestão de Risco, processo pelo qual as várias exposições ao risco são identificadas, medidas e controladas (Jorion, 2001), sendo o risco definido como a possibilidade ocorrência de um evento que terá um impacto nos objetivos propostos. Por outras palavras, o risco é uma medida que descreve o nível de exposição a um acontecimento adverso.

No mercado financeiro, saber qual o valor do risco a que a instituição está sujeita é um desafio constante, uma vez que a sua não mitigação pode levar a instituição a grandes prejuízos. O conhecimento prévio deste valor é cada vez mais essencial de modo a que, de forma rápida e exata, existam orientações para as tomadas de decisão necessárias.

O risco financeiro pode ser definido como sendo a incerteza de retorno de um investimento perante um possível acontecimento futuro e incerto, independente à vontade do investidor e que poderá originar prejuízos[4]. Segundo Holton (2004), o risco envolve duas componentes essenciais, exposição e incerteza.

O risco de um ativo está usualmente associado à variabilidade dos seus retornos, denominada volatilidade, num determinado período de tempo. Em termos académicos, tanto maior o risco quanto maior a volatilidade.

De modo a gerir o aumento da volatilidade nos mercados mundiais, que teve início em 1973, surgiram os derivados. Os derivados são instrumentos financeiros, que como o próprio nome indica, derivam de outros instrumentos financeiros e o seu valor resulta do índice subjacente, preço de um ativo ou taxa de referência (Jorion, 2007). São contratos (ou acordos privados) entre duas partes e, usualmente, são negociados em mercados de balcão[5] ou em bolsas organizadas. Com o uso dos derivados, as instituições podem transferir, por um preço, qualquer risco indesejado para outras partes que queiram compensar riscos ou assumi-los (Chance & Brooks, 2010).

Segundo Linsmeier e Pearson (1999), devido ao elevado número e à complexidade de alguns derivados, a magnitude do risco a que uma carteira estava exposta muitas vezes não era óbvia. Para tal era necessário encontrar uma medida

[4] http://www.thinkfn.com/wikibolsa/Risco

[5] Mercados de balcão (over-the-counter) são mercados não regulamentados, ou seja, não são mercados de bolsa mas sim mercados onde as transações ocorrem diretamente entre as parte envolvidas.

quantitativa para o risco de mercado, de modo a que o mesmo pudesse ser comunicado aos acionistas e gestores.

Em 1993 e, após os desastres financeiros do início da década de 90 associados ao uso de derivados, um grupo constituído por banqueiros, financeiros e académicos dos países mais industrializados, denominado G-30, elaborou o documento *"Derivatives: Practices and Principals"* que, para além de dar inicio a uma maior enfase na Gestão de Risco, tinha três objetivos: desmistificar o uso de derivados, rever os riscos existentes e saber como os mesmos estavam a ser geridos e, fazer recomendações aos reguladores e órgãos oficiais de modo a fortalecer a estrutura das suas atividades (Haslett, 2010). Uma das conclusões deste relatório é a de que o uso dos derivados tem uma contribuição na economia global que, apesar de difícil quantificação, é favorável e substancial, sendo que a sua utilização não introduz mais risco (em grande escala) para além daquele que já existe nos mercados financeiros. (Jorion, 2001).

Neste relatório foram apresentadas algumas linhas diretivas ("Best Pratices" Recommendations) para a gestão dos derivados[6], entre as quais:

1. *Marking-to-Market*: as posições com derivados devem ser avaliadas a preço de mercado, pelo menos diariamente, uma vez que, só com esta técnica de avaliação, é possível medir corretamente o valor dos ativos e passivos.

2. Medir o risco de mercado: uma medida consistente deve ser utilizada, diariamente, no cálculo do risco de mercado da carteira e, a abordagem *Value-at-Risk* (VaR) é essa medida. Após esta medida estar implementada, deverão ser definidos limites para o risco de mercado, sendo que a tolerância para perdas e o recurso de capital também devem ser tidos em conta.

3. Testes de stress: o risco de mercado deve ser medido em condições de mercado adversas. Uma vez que os modelos de VaR assumem condições normais de mercado, potenciais perdas em condições extremas do mercado não são consideradas. Os testes de stress devem refletir os eventos históricos mas também estimações de eventos futuros extremos.

4. Gestão independente do risco de mercado: os *dealers* devem estabelecer funções na gestão de risco de mercado de modo a auxiliar a direção na formulação e implementação de sistemas para controlo do risco. Estas unidades de gestão devem ser criadas com uma independência evidente das operações de negociação e devem

[6] Estas recomendações, inicialmente desenvolvidas para o uso dos derivados, são gerais e podem ser aplicadas a qualquer carteira de investimento.

reforçar a autoridade. Devem estabelecer políticas de limite de risco, medir o VaR, realizar cenários de stress e verificar se a volatilidade da carteira atual está de acordo com as previsões.

Enquanto as instituições melhoravam os seus sistemas de medição de risco, os reguladores reexaminavam os requisitos de capital das mesmas. Em vez de regras inflexíveis para cargas de capital, os reguladores estavam a favor de cargas de capital baseadas no risco das instituições que, de forma mais rápida, respondessem a alterações no perfil de risco da instituição, passando a ser obrigatório terem capital suficiente para proteção contra perdas inesperadas (Jorion, 2001).

Um dos marcos na regulamentação das instituições financeiras é o Acordo de Capital de Basileia, também conhecido como Basileia I, alcançado em 1988 pelos bancos centrais do G-10[7]. O principal objetivo deste acordo era fortalecer a solidez e estabilidade dos sistemas bancários internacionais, tendo sido estabelecida a aplicação de normas comuns para um requerimento de capital mínimo e a criação de condições de concorrência equitativas. Estas medidas cobriam apenas o risco de crédito e foram implementadas nos países do G-10 até ao final de 1992.

Neste acordo o requisito de capital teria de ser igual ou superior a 8% do total do peso dos ativos da instituição. Contudo a definição deste capital é um pouco diferente da definição contabilística de capital próprio e consiste na seguinte divisão (Borginho, 2011):

1. Core capital ou Tier 1: é constituído pelo capital realizado, por reservas públicas e por ações preferenciais não cumulativas.
2. Capital complementar ou Tier 2: do qual fazem parte as reservas não públicas, as reservas de reavaliação de ativos, provisões gerais, instrumentos de capital híbridos e dívida subordinada.

Em 1996, através do *Amendment 1996* ou "BIS 98", o risco de mercado foi incorporado no Acordo de Basileia, assim como novos fundos próprios, que apenas são considerados para cobertura parcial do requisito para o risco de mercado, os passivos subordinados de curto prazo, o Tier 3 (que não poderá ser superior a 250% do Tier 1 dedicado ao risco de mercado). Nesta revisão os ativos de uma instituição foram divididos em duas categorias: (a) Carteira de Negociação que consiste em todos os

[7] Este grupo é constituído pelos bancos centrais da Bélgica, Canadá, Estados Unidos, França, Itália, Japão, Holanda, Reino Unido, Alemanha e Suécia. Uns anos após a sua criação a Suíça foi incorporada no grupo mas este manteve a mesma denominação. **(**http://www.bis.org/publ/bcbs04a.htm**)**

instrumentos financeiros detidos para efeitos de negociação ou com o objetivo de cobrir os riscos de outros elementos da carteira de negociação; (b) Carteira Bancária consiste em todos os instrumentos que não pertencem à carteira de negociação (usualmente são os instrumentos que se pretendem manter até à maturidade).

O requisito de capital para o risco de mercado poderia ser calculado através do método padrão ou através do método de modelos internos. No método padrão, os riscos específico e geral de mercado referentes a dívidas e ações são calculados separadamente. A metodologia de mensuração do risco de preço das opções deve obedecer ao princípio da proporcionalidade e a carga capital é dada pela soma aritmética das cargas individuais para o risco de taxa de juro, risco acionista, risco cambial e risco de mercadorias. O método dos modelos internos, que está sujeito a aprovação por parte dos supervisores, utiliza o VaR como medida de risco sendo que o requisito de capital, para o dia t, é dado pelo máximo entre a média dos VaR diários verificados nos 60 dias úteis anteriores, multiplicada por um fator k de escala determinado pelo supervisor (mínimo de 3), adicionado de um fator relacionado com a performance passada do modelo (entre 0 e 1) e o VaR do dia anterior, ao qual é adicionado o risco específico, o Requisito de Capital de Solvência (SCR), que é calculado separadamente, ou seja:

$$c_t = \max\left(k\frac{1}{60}\sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}, VaR_{t-i}\right) + SCR_t \qquad (1)$$

O requisito de capital passa assim a ser a soma do requisito de capital para o risco de crédito com o requisito de capital do risco de mercado.

Uma revisão profunda ao Basileia I foi concluída em 2004 (mas só entraria em vigor a 01 de Janeiro de 2007), dando lugar ao Basileia II. Este acordo passa a contemplar o risco operacional, a sensibilidade ao risco dos requisitos de capital é aumentada, princípios em termos da supervisão e da disciplina de mercado são criados e permite a utilização de modelos internos para o cálculo do requisito de capital de risco de crédito (Borginho, 2011). Este acordo aplica-se a todos os bancos ativos internacionalmente (sendo que na União Europeia é aplicado a todos os bancos, independentemente da sua dimensão) e, exclui do balanço consolidado os ativos e passivos respeitantes a empresas de seguros detidas e, ao capital próprio, são deduzidos interesses minoritários e investimentos significativos em entidades comerciais.

Após a crise financeira de 2007, o Fórum de Estabilidade Financeira (FSB) e o G-20 (grupo formado pelos bancos centrais das 19 maiores economias do mundo e pela União Europeia) fizeram uma revisão ao Basileia II, dando origem ao Basileia III, com o objetivo de reforçar o sistema financeiro. As principais alterações relativamente ao Basileia II estão relacionadas com o reforço da qualidade, consistência e transferência dos fundos próprios (o Tier 3 desaparece), *buffers* de capital anti-cíclicos e a introdução de rácios de liquidez e alavancagem.

1.2. OBJETIVOS

Dada a atual conjuntura económica, tornou-se imperativo o conhecimento prévio do risco a que os diversos países estão expostos. Neste sentido, este trabalho tem como principal objetivo verificar que metodologias de cálculo de VaR são adequadas no cálculo do risco associado a um conjunto de obrigações de tesouro (OT) portuguesas. Cada um dos modelos será avaliado, pelo método de backtesting, por forma a verificar a sua performance. Será considerado um portfólio constituído por uma unidade das seguintes OT portuguesas: PTOTE1OE0019, PTOTE3OE0017, PTOTEGOE0009 e PTOTELOE0010. A base de dados é constituída por 1219 observações, contendo os valores diários de cada uma das obrigações, entre 01 de Janeiro de 2008 e 31 de Agosto de 2012.

De uma forma mais pormenorizada, o VaR para um dia irá ser calculado através de modelos não paramétricos e paramétricos[8]. Nos modelos não paramétricos as metodologias utilizadas serão a Simulação Histórica, onde será considerada a distribuição empírica baseada nas observações históricas como aquela que melhor representa a distribuição de probabilidades, e a Simulação de Monte Carlo em que as variações de preço serão simuladas, considerando a distribuição Normal e a distribuição t-Student. Para o cálculo do modelo paramétrico, será utilizado o método das Variâncias-Covariâncias (Var-Cov) em que o único *input* necessário será a referida matriz e que será calculada através das metodologias *Equal Weighted Moving Average* e *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). Nos modelos paramétricos serão também admitidas as distribuições Normal e t-student.

Cada um destes modelos será depois sujeito a uma análise de performance, através dos testes propostos por Kupiec (1995) e Christoffersen (1998), e que nos permitirá analisar qual o modelo mais adequado.

[8] Nos modelos paramétricos, para se transpor para um horizonte temporal de N dias deverá multiplicar-se o VaR diário por $\sqrt{N}$.

1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho encontra-se divido em 8 capítulos. Neste capítulo é feito o enquadramento à evolução da gestão de risco e ao surgimento do VaR como medida de risco. São também apresentados os motivos e premissas que conduziram à realização deste trabalho. Este trabalho segue as metodologias apresentadas no artigo "*Value at risk models for Dutch bond portfolios*" escrito por Peter J.G. Vlaar em 1999, onde foram aplicadas três metodologias de VaR a um conjunto de 25 portfolios hipotéticos e onde mostrou que, a combinação do modelo VaR-Cov (tendo sido a matriz calculada com base na distribuição Normal e com a especificação GARCH, sendo que esta especificação não irá ser considerada neste trabalho) com o modelo de Monte Carlo, foi o que apresentou melhor performance.

No capítulo 2 é feita uma introdução à teoria da metodologia Value-at-Risk, em que é apresentada a sua definição e onde são referidas as suas principais vantagens e desvantagens. A estimação do VaR e os modelos utilizados, neste trabalho, para o seu cálculo são apresentados nos capítulos 3 e 4. O capítulo 5 refere-se à teoria do Backetesting, essencial para a avaliação de performance dos modelos utilizados no cálculo do VaR.

Após o enquadramento teórico, no capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos na estimação do VaR através dos vários modelos utilizados, bem como a avaliação de performance de cada um deles, sendo apresentadas principais as conclusões no capítulo 7.

No capítulo 8 são apresentadas a limitações deste trabalho, bem como algumas recomendações para trabalhos futuros.

2. VALUE-AT-RISK (VAR)

A obtenção de estimativas precisas, segundo Manganelli e Engle (2001), é de crucial importância. A identificação eficaz e eficiente dos riscos a que as instituições estão sujeitas é bastante importante para a sua estabilidade financeira, uma vez que se os mesmos não forem estimados corretamente, a alocação de capital poderá não ser adequada.

No final dos anos 70, as principais instituições financeiras começaram a trabalhar num modelo interno para medir e agregar os seus riscos. Com o aumento da complexidade dos instrumentos financeiros, tornou-se cada vez mais difícil, mas importante, a agregação dos riscos tendo em conta a forma como estes interagiam. Contudo, as instituições não tinham uma metodologia que o fizesse (Dowd, 2002).

O primeiro modelo a ser divulgado foi o RiskMetrics, desenvolvido pela J.P. Morgan, tendo sido apresentado em 1993 na sua conferência de investigação, despertando um grande interesse. O modelo RiskMetrics teve origem quando Dennis Weatherstone, presidente da J.P. Morgan, solicitou aos seus colaboradores o envio de um relatório diário[9] com indicação do risco e das possíveis perdas, nas 24 horas seguintes, da carteira de negociação do banco (Dowd, 2002). O modelo foi desenvolvido com base numa carteira teórica standard e utilizava os desvios-padrão e as correlações entre os retornos dos diferentes instrumentos que constituíam a mesma e, teria de medir todos os riscos existentes bem como agregá-los numa única medida, o *Value-at-Risk*. O VaR é uma medida estatística que resume, num único número, as possíveis perdas de uma carteira de negociação em condições normais de mercado (Linsmeier e Pearson, 1999).

Definição: Segundo Jorion (2001, p. 22), o VaR é definido como sendo a perda máxima esperada num determinado horizonte temporal e com um determinado nível de significância. Em termos estatísticos, o VaR corresponde ao quantil da distribuição dos rendimentos da carteira, sendo dado pela seguinte expressão:

$$P(\Delta R \leq -VaR) = \alpha \qquad (2)$$

onde ΔR representa a variação do valor da carteira no horizonte temporal definido.

Segundo Manganelli e Engle (2001), a grande popularidade do VaR deveu-se à sua simplicidade, uma vez que reduz o risco de uma carteira a um só número, permitindo, de um modo fácil, descrever a possível perda da carteira associada a uma

[9] Este relatório ficou conhecido como "4:15 report" uma vez que teria de ser entregue às 16:15, logo após o fecho do trading.

probabilidade. Ao produzir um critério de risco comum, o VaR facilitou a implementação, por parte das instituições, de novas formas de gestão do risco que as anteriores medidas não permitiam (Dowd, 2002).

Ao contrário de outras medidas de risco, o VaR agrega todos os riscos de uma carteira tendo em consideração os pesos e as correlações dos instrumentos que constituem a mesma, condição essencial quando se quer lidar com o risco de uma carteira de uma forma estatisticamente significativa. Se dois ativos se correlacionam, o VaR assume esta correlação e, a combinação destes dois ativos acarreta um risco bastante baixo. Caso contrário, se os fatores de risco não se correlacionarem, o VaR também os tem em consideração mas a estimativa gerada será maior (Dowd, 2002).

Como já mencionado, o VaR assume condições normais de mercado e que o passado se repetirá, não assumindo assim eventos inesperados. De acordo Taleb (2007), eventos com pequena probabilidade (eventos raros tais como calamidades naturais ou desastres económicos), mas com grande impacto, dificilmente são considerados nos dados históricos utilizados para cálculo do VaR, tornando o conhecimento empírico sobre o seu potencial contributo inversamente proporcional ao seu impacto. Na gestão de risco é necessário trabalhar com estes eventos inesperados mas com grandes consequências.

Outra problemática está relacionada com a utilização da distribuição Normal quando a frequência e a distribuição dos eventos é desconhecida. Segundo Nicolau (2011), a utilização da distribuição Normal deve-se à sua simplicidade e facilidade de aplicação (para caracteriza esta distribuição apenas é necessário conhecer dois parâmetros, a média e a variância). Contudo deve ser considerada como uma mera aproximação (para a qual a série tende à medida que o número de observações tende para o infinito de acordo com o Teorema do Limite Central) e, quando existem casos onde se verifique um elevado número de eventos extremos, a utilização desta distribuição (de caudas ligeiras) pode conduzir à subestimação do risco por parte dos investidores. Para estes casos deverá ser utilizada uma distribuição de caudas pesadas (*fat tails*) que são mais difíceis de parametrizar (Taleb, 2007), como por exemplo a distribuição t-Student.

3. ESTIMAÇÃO DO VAR

Para efetuar o cálculo do VaR, é necessário definir sempre os seguintes parâmetros: nível de significância (α), horizonte temporal (t) e distribuição de probabilidades dos retornos.

O nível de significância, segundo Nicolau (2011), deverá refletir o nível de aversão ao risco e a extensão dos custos a incorrer numa perda superior ao VaR. A variação do nível de significância fornece informação útil relativamente à distribuição dos retornos e a possíveis perdas extremas, contudo não é claro onde se deve parar uma vez que será verificado um aumento progressivo do valor de perda mas com menor probabilidade. Com o aumento do nível de significância, menor o número de ocorrências inferiores ao VaR calculado, conduzindo a estimativas com menor eficácia para quantis mais elevados (Jorion, 2007). A escolha do nível de significância, segundo Jorion (2007) prende-se com o motivo pelo qual o VaR é calculado. No caso da utilização do VaR como medida de decisão para alocação de capital, é aconselhável o cálculo com um nível de significância maior. O nível de significância definido pelo Comité de Basileia é 99%, e no modelo RiskMetrics o nível de significância considerado é de 95%.

O horizonte temporal é definido em função da liquidez da carteira e da respetiva estratégia de gestão, não devendo ser inferior ao tempo necessário para liquidação da carteira em condições normais de mercado (Nicolau, 2011). Na prática, o horizonte temporal não deverá ser inferior à frequência com que os relatórios das perdas e ganhos são efetuados (normalmente estes relatórios são diários na área da banca). De acordo com Jorion (2007), quanto maior o horizonte temporal maior o valor de VaR obtido, sendo que a sua escolha também depende do motivo pelo qual o VaR é calculado. O horizonte temporal deverá ser maior se o cálculo do VaR for feito para alocação de capital (assim que os problemas surgem, as instituições necessitam de ter tempo suficiente para a tomada de decisões). Em contrapartida, para o cálculo do VaR como medida de referência para o risco, o horizonte temporal deverá ser inferior, de preferência inferior à média do período da principal carteira de rebalanceamento. O Comité de Basileia define o horizonte temporal em 10 dias de negociação, enquanto o modelo RiskMetrics assume um horizonte temporal diário[10].

[10] O VaR para um horizonte temporal diário é designado por Daily Earnings at Risk (DEaR).

No que diz respeito à distribuição de probabilidade, a estimação do VaR pode ser feita através de modelos não paramétricos, onde é considerada a distribuição empírica obtida pelo histórico dos retornos[11], ou de modelos paramétricos, onde se supõe (sendo esta hipótese testável) que os retornos, para um determinado horizonte temporal, seguem uma distribuição teórica conhecida.

Os retornos de um ativo podem ser calculados através das seguintes fórmulas:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{3}$$

ou

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \tag{4}$$

onde r_t representa o retorno do ativo no momento t, P_t é o preço do ativo no momento t e P_{t-1} é o preço do ativo no momento anterior.

A taxa de rentabilidade da carteira será obtida através da combinação linear entre os pesos dos ativos que a constituem e os retornos dos mesmos. Assim, para o momento t, a taxa de rentabilidade da carteira será dada pela seguinte expressão:

$$R_t = \sum_{i=1}^{n} w_i r_{i,t} \tag{5}$$

onde n é o número de ativos, w_i é o peso do ativo i e $r_{i,t}$ é o retorno do ativo i no momento t.

A taxa de rentabilidade correspondente ao VaR, R^*, será igual a

$$P(R < R^*) = \alpha \tag{6}$$

O VaR como perda relativa ao valor esperado será então obtido efetuando a multiplicação entre o valor atual da carteira e a taxa de rentabilidade R^*, sendo a sua expressão matemática a seguinte:

$$VaR_t(\alpha) = -P_0(R^* - \mu) \tag{7}$$

Em alternativa, pode-se calcular o VaR considerando a variação do valor da carteira relativamente ao valor anterior, ou seja, calcular o VaR como perda absoluta. Neste caso, a expressão de cálculo é a seguinte:

$$VaR_t(\alpha) = -P_0 R^* \tag{8}$$

[11] Estamos a falar em retornos dado o objetivo deste trabalho, contudo todos os cálculos podem ser aplicados noutros tipos de dados.

De seguida iremos apresentar as metodologias das duas abordagens (modelos) para a distribuição de probabilidade.

3.1. MODELOS NÃO PARAMÉTRICOS

Nos modelos não paramétricos, a distribuição empírica das rentabilidades é obtida com base nas observações históricas, consideradas a melhor representação da distribuição dos rendimentos, ou seja, não é assumida uma distribuição teórica de probabilidades para a taxa de rentabilidade (Nicolau, 2011).

Esta abordagem, que é válida tanto para distribuições discretas como contínuas, assume que os retornos são independentes e identicamente distribuídos, sendo R^* o quantil da distribuição empírica considerada (Jorion, 2001).

A determinação do VaR pode ser feita através de um histograma das variações do valor da carteira (taxa de rentabilidade), num dado horizonte temporal, correspondendo o valor do VaR ao α % quantil amostral (Nicolau, 2011).

3.2. MODELOS PARAMÉTRICOS

Enquanto nos modelos não paramétricos era assumida a distribuição empírica das rentabilidades, nos modelos paramétricos admite-se que as mesmas podem ser aproximadas por uma distribuição estatística, sendo os seus parâmetros estimados a partir da realidade histórica (Nicolau, 2011).

Usualmente assume-se que a taxa de rentabilidade segue uma distribuição Normal, $R_t \sim N(\mu_t, \sigma_t^2)$ [12], onde os parâmetros são estimados da seguinte forma:

$$\mu_t = E(R_t) \tag{9}$$

$$\sigma_t^2 = E(R_t)^2 - [E(R_t)]^2 \tag{10}$$

Nestes modelos, tal como nos modelos não paramétricos, pressupõe-se que os retornos são independentes e identicamente distribuídos e, como tal, tem-se:

$$\mu_t = t\mu_1 = t\mu \tag{11}$$

$$\sigma_t^2 = t\sigma_1^2 = t\sigma^2 \tag{12}$$

[12] A taxa de rentabilidade de um portfolio é igual à soma das taxas de rentabilidade de cada ativo e, por isso, segue também uma distribuição normal.

Nesta abordagem, o VaR é obtido multiplicando o desvio-padrão da distribuição por um fator de ajustamento do horizonte temporal, que está diretamente relacionado com o nível de significância e o horizonte temporal (Jorion, 2001).

4. DESCRIÇÃO DOS MODELOS

Neste capítulo serão apresentadas as metodologias de cálculo de VaR utilizadas nos modelos não paramétricos e nos modelos paramétricos, que serão descritos de seguida.

4.1. MODELOS NÃO PARAMÉTRICOS

O modelo de Simulação Histórica e o modelo de Simulação de Monte Carlo são os modelos não paramétricos utilizados no cálculo de VaR.

4.1.1. Simulação Histórica

A Simulação Histórica é uma abordagem simples e que se baseia na distribuição empírica dos fatores de mercado subjacentes, exigindo assim poucos pressupostos sobre a distribuição estatística dos mesmos (Linsmeier e Pearson, 1999).

O que torna este modelo simples, e de simples implementação, é o facto de não serem necessários cálculos complexos, uma vez que o único cálculo necessário é o dos retornos da carteira durante o horizonte temporal escolhido, sendo que o VaR será definido como o percentil da distribuição obtida, isto é, assume-se assim que a distribuição dos retornos se mantém constante (Manganelli e Engle, 2001).

Um dos pressupostos relativos à distribuição estatística é o de que a variação futura dos preços dos ativos se distribuirá da mesma forma que no passado, ou seja, o passado é a melhor estimação do futuro (Silva, 2008). Contudo, este pressuposto é uma das suas desvantagens uma vez que este modelo atribui o mesmo peso a todos os dados e, os contextos económicos passados poderão ser diferentes do atual, podendo conduzir à obtenção de dados enviesados.

Neste modelo o VaR é calculado sobre a carteira e não pela soma do VaR de cada um dos ativos, tendo assim em consideração o efeito das correlações (Silva, 2008).

De acordo com Linsmeier e Pearson (1999), o cálculo de VaR pelo modelo de Simulação Histórica pode ser descrito pelos seguintes passos:

1. Identificação dos fatores de risco e cálculo do *Mark-to-Market* (MTM)
2. Obtenção dos valores históricos dos fatores de risco
3. Calcular as variações percentuais (retorno) em função do horizonte temporal escolhido e aplica-las ao valor atual

4. Calcular o *Profit & Loss* (P/L) e ordená-lo de forma decrescente
5. Escolher o percentil do VaR pretendido tendo em conta o tamanho da amostra escolhida

4.1.2. Simulação de Monte Carlo

O modelo de Simulação de Monte Carlo é, de acordo com Jorion (2001), o modelo mais popular no cálculo do VaR, uma vez que pode explicar um grande número de riscos e exposições. Se criado corretamente este modelo, provavelmente, é a aproximação mais correta para medir o risco de mercado.

Este modelo é similar ao modelo de Simulação Histórica, sendo a obtenção das variações dos preços a grande diferença entre ambos. No modelo de Monte Carlo, as variações dos preços são obtidas através de simulações de evoluções possíveis dos mesmos, tornando este modelo mais preciso que o modelo de Simulação Histórica para situações em que o comportamento passado não seja consistente (Silva, 2008).

A flexibilidade do modelo de Monte Carlo permite a geração de cenários para um amplo conjunto de pontos no tempo permitindo simular trajetórias de evolução, bem como a incorporação de variação do tempo na volatilidade e em cenários extremos.

Uma desvantagem deste modelo consiste na sua implementação computacional dado o elevado número de situações que poderão ser consideradas, uma vez inúmeros parâmetros deverão ser tidos em consideração, como por exemplo, taxa de juro, volatilidades, etc..

Como os valores simulados são gerados através de processos estocásticos, existe o risco do modelo não estar correto. Para verificar se os resultados são robustos a alterações no modelo, deverá ser efetuada uma análise de sensibilidade (Jorion, 2001).

O processo de cálculo do VaR neste modelo é o seguinte:

1. Definição do comportamento estocástico para os preços dos ativos
2. Geração de números aleatórios no horizonte temporal escolhido
3. Cálculo dos valores da carteira, utilizando os respetivos preços dos ativos e os pesos relativos da carteira
4. Repetição N vezes dos passos 2 e 3
5. O VaR é determinado a partir da distribuição de valores futuros da carteira, sendo obtido através da diferença entre o valor atual da carteira e o percentil da distribuição.

A geração dos números aleatórios é feita através do conceito *Risk-Neutral Probabilities*[13], através das seguintes expressões:

$$S_i = S_{i-1} e^{\left[\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)t+\sigma\varepsilon\sqrt{t}\right]} \tag{13}$$

onde S_i é o preço do ativo no momento i, r e σ^2 a média e a volatilidade, respetivamente, dos retornos e t o horizonte temporal.

4.2. MODELOS PARAMÉTRICOS

O modelo paramétrico utilizado para o cálculo do VaR é o método das Variâncias-Covariâncias ou método Delta-Normal (metodologia utilizada no modelo RiskMetrics). Jorion (2007) afirma que o modelo paramétrico é o mais simples para o cálculo do VaR, sendo a sua simplicidade de implementação a sua maior vantagem. No entanto, o facto de assumir a distribuição Normal é a sua maior desvantagem uma vez que poderá conduzir a subestimação do risco caso exista um número elevado de eventos extremos.

Neste método o input necessário é a matriz das variâncias-covariâncias, que irá ser calculada através das metodologias *Equal Weighted Moving Average* e *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) e sendo assumidas a distribuição Normal e a distribuição t-Student.

4.2.1. *Equal Weighted Moving Average*

Neste método, a matriz de variâncias-covariâncias é calculada com base nas séries históricas dos retornos e admitindo, no seu cálculo, a mesma ponderação para todas as observações.

4.2.2. *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA)

No modelo anterior, as observações históricas tinham todas a mesma ponderação no cálculo da matriz de Var-Cov. Neste modelo, e ao ser introduzido o parâmetro de alisamento, ou *decay factor*, λ, as observações históricas terão diferentes pesos no cálculo da matriz Var-Cov. Como os ponderadores decrescem

[13] Neste método são calculados os preços futuros de um ativo, ajustados ao risco, com base no seu retorno esperado (*http://www.investopedia.com/terms/r/risk-neutral-probabilities.asp*).

exponencialmente ao longo do tempo, as observações mais recentes recebem maiores ponderações relativamente às observações mais distantes no passado. Quanto menor o parâmetro de alisamento, mais importantes as observações recentes no cálculo da matriz (Jorion, 2007). O valor do parâmetro de alisamento, segundo Dowd (2002), varia entre 0 e 1.

A previsão da variância neste modelo, para o caso univariado, é dada pela seguinte expressão:

$$h_t \approx (1-\lambda)\sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i \left(r_{t-i} - \bar{r}\right)^2 \tag{14}$$

No caso multivariado, de acordo com Dowd (2002), a previsão da covariância é calculada através da seguinte expressão:

$$\text{cov}(x,y)_t = \lambda \,\text{cov}(x,y)_{t-1} + (1-\lambda) x_{t-1} y_{t-1} \tag{15}$$

Este modelo é o utilizado pela RiskMetrics, sendo considerado $\lambda = 0.94$ para observações diárias e $\lambda = 0.97$ para observações mensais. Neste trabalho será considerado $\lambda = 0.94$.

5. BACKTESTING

Independentemente da metodologia utilizada, o cálculo do VaR apenas fornece uma estimativa do risco associado a uma carteira. Por esse motivo, e antes de se utilizar qualquer modelo com segurança, é necessário avaliar a sua performance através de um teste estatístico que determina se as estimativas das perdas produzidas pelo modelo de risco estão de acordo com as perdas efetivas. Este teste é conhecido por *backtesting* (Jorion, 2007). Segundo Dowd (2002), o backtesting é uma parte crucial no processo de medição do risco, uma vez que indica se existe algum problema com o modelo utilizado no cálculo do risco.

O objetivo será calcular o número de vezes que, num determinado período e de acordo com um determinado nível de significância, se verificam exceções, isto é, o número de vezes que a perda real excedeu a perda estimada pelo VaR. Se este número for demasiado elevado então o modelo subestimou o risco, caso contrário, se este número for muito reduzido, ou mesmo nulo, a medida de risco estimada é, provavelmente, demasiado alta. Se existirem grandes diferenças entre as exceções, altas e baixas, então as medidas de ganhos e perdas poderão estar enviesadas.

Iremos considerar o teste de Kupiec e o teste de Christoffersen para a avaliação de performance dos modelos estimados, sendo os mesmos apresentados de seguida.

5.1. *UNCONDITIONAL COVERAGE TEST* – TESTE DE KUPIEC

O método mais simples para verificar a precisão de um modelo é o de verificar qual a proporção de vezes em que se verificam exceções. Kupiec (1995) propôs um teste com base neste pressuposto.

Definindo p como o nível de significância, M como o número total de observações e N o número de exceções observadas, sendo que N segue uma distribuição Binomial $N \sim B(M, p)$, o objetivo é saber se a taxa de exceções, $\frac{N}{M}$, é significativamente diferente do nível de significância escolhido (p). O teste *likelihood ratio*, e sendo $\frac{N}{M} = p$ a hipótese nula, é definido por:

$$LR_{uc} = 2\ln\left[\left(1-\frac{N}{M}\right)^{M-N}\left(\frac{N}{M}\right)^{N}\right] - 2\ln\left[(1-p)^{M-N}p^{N}\right] \sim \chi^2(1) \qquad (16)$$

Por definição o p-value é o menor nível de significância que conduz à rejeição da hipótese nula, isto é, se p-value$\leq \alpha$ então a hipótese nula é rejeitada. Se a hipótese nula não for rejeitada, então o modelo escolhido é adequado e a probabilidade de ocorrerem exceções é semelhante ao nível de significância.

5.2. *Conditional Coverage Test* – Teste de Christoffersen

O teste de Kupiec não tem em consideração a variação temporal na amostra, contundo as exceções podem ocorrer em períodos próximos e, este facto, poderá conduzir à invalidação do modelo (Jorion, 2001).

Christofferson (1998) propôs uma extensão ao teste de Kupiec que, além de avaliar o número de exceções, avalia também a independência entre as exceções. A estatística será dada por:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \sim \chi^2(2) \tag{17}$$

onde LR_{uc} é a estatística dada pelo teste de Kupiec e LR_{ind} é o teste de independência temporal e que é definido por:

$$LR_{ind} = -2\ln\left[(1-\pi)^{(n_{00}+n_{10})}\pi^{(n_{01}+n_{11})}\right] + 2\ln\left[(1-\pi_{01})^{n_{00}}\pi_{01}^{n_{01}}(1-\pi_{11})^{n_{10}}\pi_{11}^{n_{11}}\right] \sim \chi^2(1) \tag{18}$$

sendo n_{ij} é o número de observações no estado j e que no período anterior estiveram no estado i (sendo que 0 significa que o VaR não foi excedido e 1 o contrário).

A probabilidade correspondente às observações é dada por:

$$\pi_{ij} = \frac{n_{ij}}{\sum_j n_{ij}} \tag{19}$$

e a taxa de exceções é dada por:

$$\pi = \frac{n_{01} + n_{11}}{n} \tag{20}$$

O modelo de VaR escolhido será adequado se a hipótese nula não for rejeitada.

6. RESULTADOS

6.1. Distribuição empírica

Ao analisar os coeficientes de assimetria e achatamento (curtose) presentes no Anexo 2, podemos concluir que as diferentes séries de rentabilidade não são simétricas, sendo a cauda esquerda mais pesada uma vez que o coeficiente de assimetria é inferior a 0. Uma vez que o coeficiente de achatamento é superior a 3 (função de probabilidade leptocúrtica), podemos afirmar que as séries apresentam caudas pesadas quando comparadas com a distribuição Normal. Através do teste de Jarque-Bera também se pode verificar a rejeição da distribuição Normal. Pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, e considerando um nível de significância de 5%, podemos concluir também que as séries de rentabilidade não seguem uma distribuição t-Student.

6.2. Avaliação de Performance

6.2.1. Número de Exceções

Na Tabela 6.1 podemos observar a frequência relativa do número de exceções verificadas em cada um dos modelos aplicados e para cada nível de significância.

	1%	2,5%	5%
Simulação Histórica	1.1429%	1.7143%	2.8571%
Monte Carlo Normal	1.1429%	2.8571%	6.2857%
Monte Carlo t-Student	1.1429%	2.8571%	6.2857%
Equal Weighted (Dist. Normal)	1.1429%	1.1429%	1.7143%
Equal Weighted (Dist. t-Student)	1.1429%	1.1429%	1.1429%
EWMA (Dist. Normal)	1.1429%	1.7143%	2.2857%
EWMA (Dist. t-Student)	1.1429%	1.1429%	1.7143%

Tabela 6.1 – Frequência de exceções

Para α=1% todos os modelos apresentam uma frequência de exceções superior a 1% (mais precisamente 1,1429%, que corresponde a 2 exceções que são verificadas, em todos os modelos, nos dias 16 e 31 de Janeiro de 2012), indicando assim que, com este nível de significância, os modelos subestimam o risco não sendo adequados no cálculo do VaR. Contudo, e tendo em consideração o intervalo de confiança, verificamos que este número de exceções se encontra dentro do mesmo, alterando assim o resultado da aceitação do modelo.

Para os níveis de significância α=2,5% e α=5%, somente o modelo de Monte Carlo (tanto para a distribuição Normal como para a distribuição t-Student) apresenta uma frequência de exceções superior ao nível de significância. Estes resultados podem ser confirmados nos painéis do Anexo 4, onde se pode observar a série das rentabilidades e o VaR estimado para cada um dos modelos e nível de significância.

Avaliando a performance dos modelos pela frequência de exceções, podemos verificar que a distribuição t-Student, para os modelos Equal Weighted e EWMA, apresenta estimativas de VaR mais conservadoras para os níveis de significância α=2,5% e α=5%.

6.2.2. Teste de Kupiec (1995) e Teste de Christoffersen (1998)

Para os testes propostos por Kupiec (1995) e Christoffersen (1998) foi considerado um nível de significância de 5%[14]. Como já referido anteriormente, o teste de Kupiec avalia o número de exceções e o teste de Christoffersen, além de avaliar o número de exceções, avalia também a sua independência.

Pelo teste de Kupiec podemos concluir que os modelos Equal Weighted (com distribuição Normal e com distribuição t-Student) e o modelo EWMA (Dist. t-Student) não são estatisticamente adequados para a estimação do VaR. Nos restantes modelos não houve rejeição da hipótese nula, ou seja, estes modelos são adequados à estimação do VaR.

Na tabela seguinte podemos verificar os p-value para o teste de Kupiec relativos aos vários modelos e de acordo com os vários níveis de significância, sendo que os valores a negrito indicam a rejeição da hipótese nula, considerando um nível significância de 5%.

	1%	**2,5%**	**5%**
Simulação Histórica	0.85268	0.48070	0.15857
Monte Carlo Normal	0.85268	0.76724	0.45221
Monte Carlo t-Student	0.85268	0.76724	0.45221
Equal Weighted (Dist. Normal)	0.85268	0.19870	**0.02165**
Equal Weighted (Dist. T-Student)	0.85268	0.19870	**0.00504**
EWMA (Dist. Normal)	0.85268	0.48070	0.06630
EWMA (Dist. T-Student)	0.85268	0.19870	**0.02165**

Tabela 6.2 – Valores do p-value o teste de Kupiec

[14] Se o nível de significância fosse inferior, somente o modelo Equal Weighted (Dist. T-Student) não seria adequado na estimação do VaR.

Em suma, para os níveis de significância de 2,5% e 1% todos os modelos apresentam evidência estatística na adequação para o cálculo do VaR. Já para um nível de significância de 5%, dos modelos paramétricos, somente o modelo EMWA com distribuição Normal é adequado.

No teste de Christoffersen apenas podemos concluir que os modelos Simulação Histórica para um nível de significância de 5% e os modelos de Monte Carlo, para as duas distribuições utilizadas e para os níveis de significância de 2,5% e 5%, apresentam uma adequação estatística à estimação do VaR. Para os restantes modelos não é possível efetuar qualquer conclusão relativamente à performance dos modelos uma vez que, no teste de independência, π_{11} é igual a zero o que significa que não existiram duas exceções consecutivas. Para o nível de significância 1% não podemos concluir nada em todos os modelos pelo mesmo motivo.

Os valores dos p-value para o teste de Christoffersen, para os vários modelos e níveis de significância, podem ser observados na Tabela 6.3.

	1%	**2,5%**	**5%**
Simulação Histórica	n.d.	n.d.	0.28739
Monte Carlo Normal	n.d.	0.28739	0.37285
Monte Carlo t-Student	n.d.	0.28739	0.37285
Equal Weighted (Dist. Normal)	n.d.	n.d.	n.d.
Equal Weighted (Dist. t-Student)	n.d.	n.d.	n.d.
EWMA (Dist. Normal)	n.d.	n.d.	n.d.
EWMA (Dist. t-Student)	n.d.	n.d.	n.d.

Tabela 6.3 – Valores do p-value para o teste de Christoffersen

Resumidamente, pelo teste de Christoffersen somente podemos tirar conclusões relativamente aos modelos não paramétricos, sendo que o modelo de Monte Carlo, para as duas distribuições consideradas, apresenta uma performance elevada para os níveis de significância 2,5% e 5%. É de realçar este resultado comparativamente ao obtido pela análise da frequência de exceções, em que estes modelos eram os únicos, em todos os casos, que excediam o nível de significância.

7. CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo analisar os modelos utilizados no cálculo do risco para uma carteira de obrigações de tesouro portuguesas, verificando a sua performance através de backtesting. Foram considerados os modelos não paramétricos Simulação Histórica e Simulação de Monte Carlo e, os modelos paramétricos Equal Weighted e EWMA (sendo que neste último foi considerado um parâmetro de alisamento igual a 0,94). Relativamente à distribuições, foram consideradas a distribuição Normal e a distribuição t-Student (tendo sido considerados 5 graus de liberdade para esta).

Numa análise estatística, podemos verificar que as séries dos retornos das quatro OT's, no período analisado, não seguem uma distribuição Normal nem uma distribuição t-Student. Estas séries não são simétricas e apresentam a cauda esquerda mais pesada.

No que diz respeito aos modelos aplicados, pode-se concluir que os modelos não paramétricos, para os níveis de significância 2,5% e 5%, apresentam uma melhor performance relativamente aos modelos paramétricos. Para α superior, nos modelos paramétricos, somente o modelo EWMA (Dist. Normal) não é rejeitado. Para α inferior, uma vez que relativamente ao VaR diário estimado todos os modelos apresentam o mesmo número de exceções, todos os modelos apresentam o mesmo nível de performance, sendo todos adequados na estimação do VaR.

8. LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Dada a volatilidade associada ao mercado financeiro, é recomendável fazer testes periódicos por forma a verificar se os modelos continuam, ou não, a ser adequados para o cálculo do risco associado, neste caso, às OT portuguesas. Com estes testes poderá também verificar-se que modelos, que neste trabalho não são considerados adequados, passem a sê-lo.

Para este trabalho foram somente consideradas quatro OT portuguesas, e os resultados poderiam ser diferentes caso a escolha recaísse sobre outras OT portuguesas.

Seria interessante, num trabalho futuro, comparar os resultados obtidos neste trabalho com os resultados obtidos na aplicação destes modelos a OT de outros países.

Outro ponto interessante, seria considerar outros horizontes temporais e verificar se os modelos mantinham os mesmos comportamentos.

9. BIBLIOGRAFIA

Bernstein, P. L. (1996). *Against the Gods: The Remarkable Story of Risk.* John Wiley & Sons, Inc.

Borginho, H. (2011). Notas de Lições de Modelos de Solvência, ISEGI/UNL.

Chance, D. M., & Brooks, R. (2010). *Introduction to Derivatives and Risk Management.* South-Western Cengage Learning.

Christoffersen, P. (1998). Evaluating Interval Forecasts. *International Economic Review Vol. 39* , pp. 841-862.

Dowd, K. (2002). *Measuring Market Risk.* John Wiley & Sons, LTD.

Hacking, I. (1975). *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction and Statistical Inference.* Cambridge University Press.

Haslett, W. (2010). *Risk Managment: Foundations for a Changing Financial World.* New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Holton, G. (2004). Defining risk. *Financial Analyst Journal* , 19-25.Obtido em 09 de Dezembro de 2011, de http://riskexpertise.com/papers/risk.pdf

Jorion, P. (2007). *Financial Risk Manager Handbook (4rd ed.).* John Wiley & Sons, Inc.

Jorion, P. (2001). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk (2nd ed.).* McGraw-Hill.

Kupiec, P. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *Journal of Derivatives* , 73-84.

Linsmeier, T. J., & Pearson, N. D. (1999). Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk.

Manganelli, S., & Engle, R. F. (2001). Value at Risk Models in Finance. *Working Paper nº 75* , Banco Central Europeu.

Nicolau, J. (2011). *Notas de Lições de Séries Temporais de Finanças, ISEG/UTL.* Obtido em 09 de Dezembro de 2011, de http://pascal.iseg.utl.pt/~nicolau/STF/VaR.pdf.

Silva, E. S. (2008, Jan/Mar). Valor em Risco (VAR - Value at Risk): Metodologias Não Paramétricas. *Revisores e Auditores* , pp. 46-54. Obtido em 12 de Janeiro de 2012, de http://www.oroc.pt/fotos/editor2/Revista/JanMar2008/Gestao.pdf.

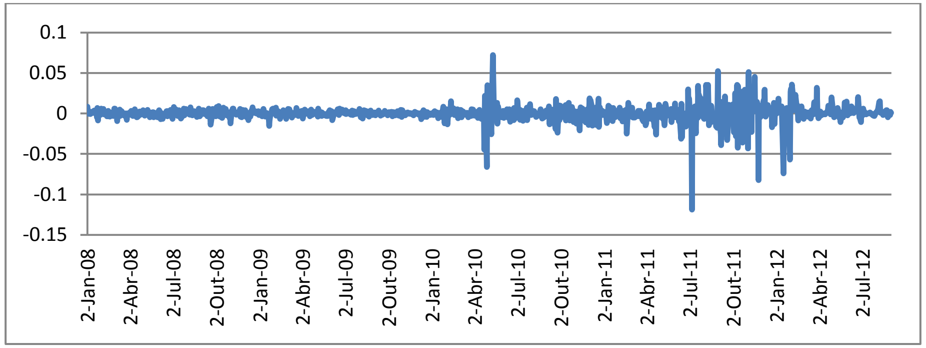
Taleb, N. N. (2007). *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable.* Random House Publishing Group.

Vlaar, P. J. (1999). Value at risk models for Dutch bond portfolios. *Journal of Banking & Finance* , 1131-1154.

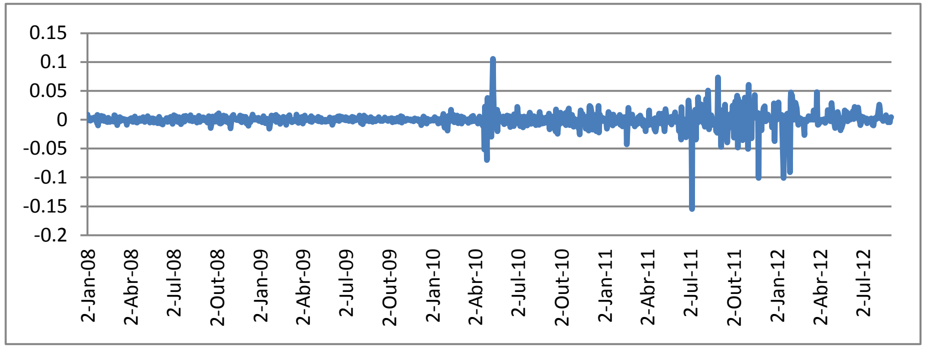
10. ANEXOS

10.1. ANEXO 1 – GRÁFICOS DAS SÉRIES DE RENTABILIDADE

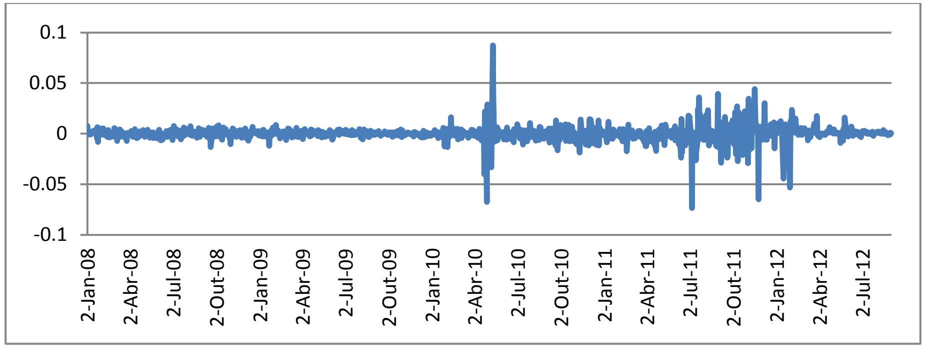
Painel 1 – PTOTE1OE0019



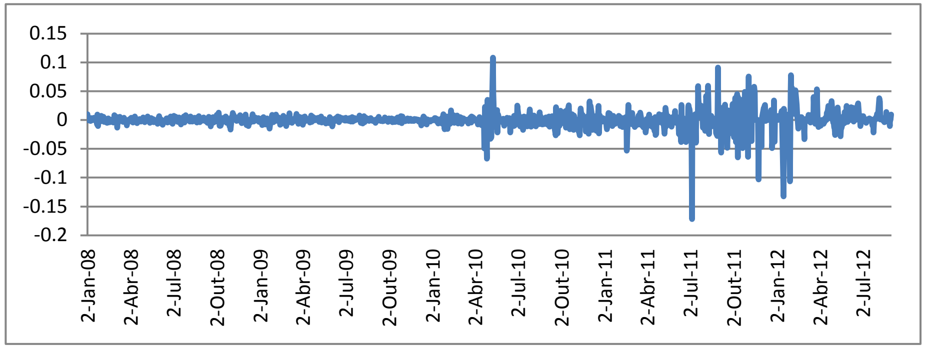
Painel 2 – PTOTE3OE0017



Painel 3 – PTOTEGOE0009



Painel 4 – PTOTELOE0010



Nos gráficos anteriores podemos visualizar as séries das rentabilidades logarítmicas no período de 02 de Janeiro de 2008 a 30 de Agosto de 2012.

10.2. ANEXO 2 – ANÁLISE DESCRITIVA DAS SÉRIES DE RENTABILIDADES

	PTOTE1OE0019	PTOTE3OE0017	PTOTEGOE0009	PTOTELOE0010
Média	-1.27916E-05	-3.00135E-06	-3.39575E-05	-0.000114714
Desvio-padrão	0.010008588	0.012692257	0.00803177	0.01504509
Variância da amostra	0.000100172	0.000161093	6.45093E-05	0.000226355
Curtose	29.89612185	33.50071189	29.99863515	28.48224211
Assimetria	-1.915543739	-1.930249835	-0.538950942	-1.636220591
Mínimo	-0.118705596	-0.154495554	-0.073290308	-0.171754005
Máximo	0.07223003	0.105444485	0.087235658	0.108466662
Contagem	1218	1218	1218	1218
Estatística Jarque Bera	47,968.74	47,968.74	37,051.97	33,497.72
p-value	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Teste Kolmogorov-Smirnov	0.50238	0.50255	0.50211	0.50291
Limite	0.03897	0.03897	0.03897	0.03897

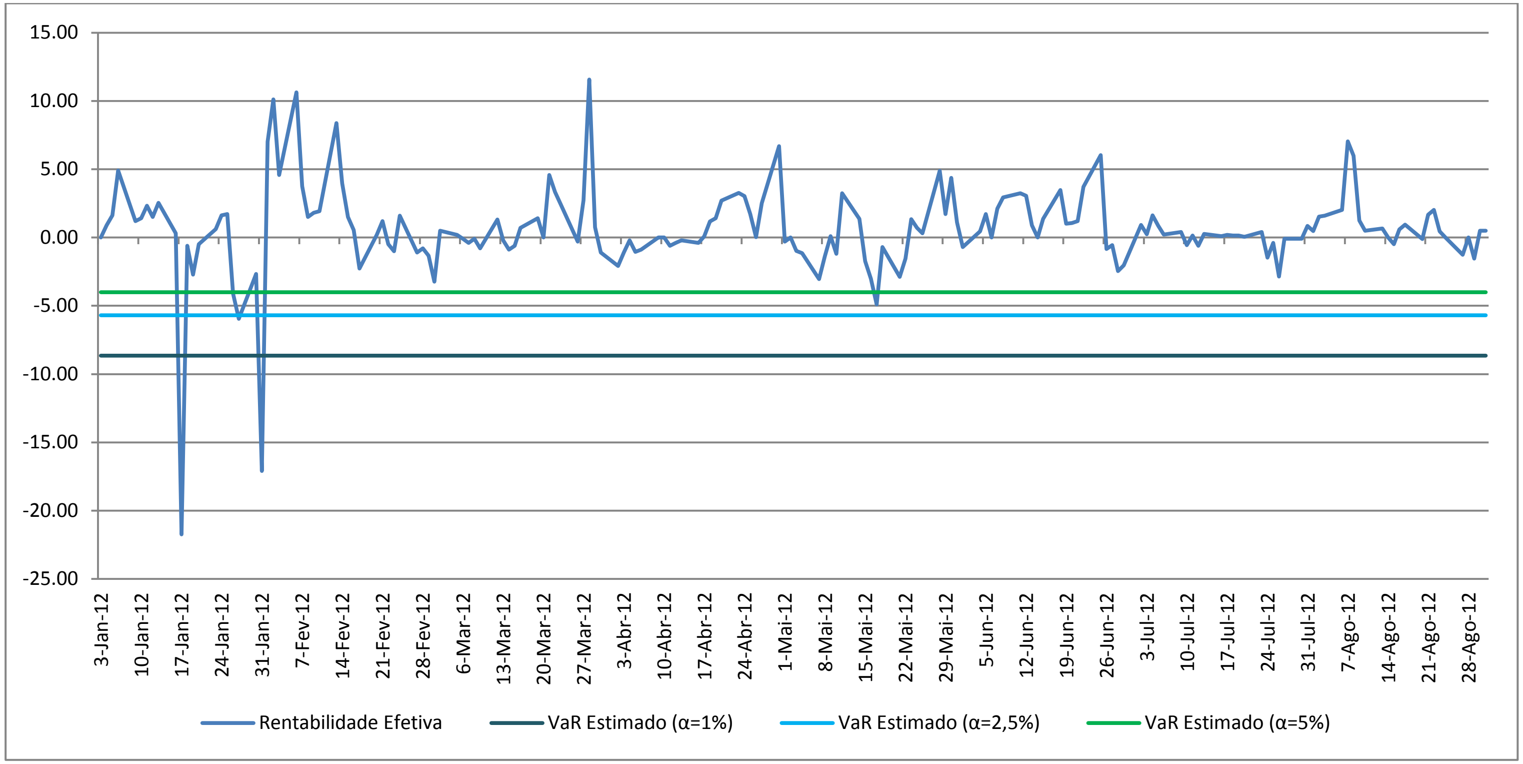
A tabela anterior apresenta o resumo estatístico das séries de rentabilidades ($\ln(p_{i,t-1}/p_{i,t})$) utilizadas no cálculo do VaR.

Para a estatística de Jarque-Bera é apresentado o p-value, que nos permite concluir que as séries não seguem uma distribuição Normal.

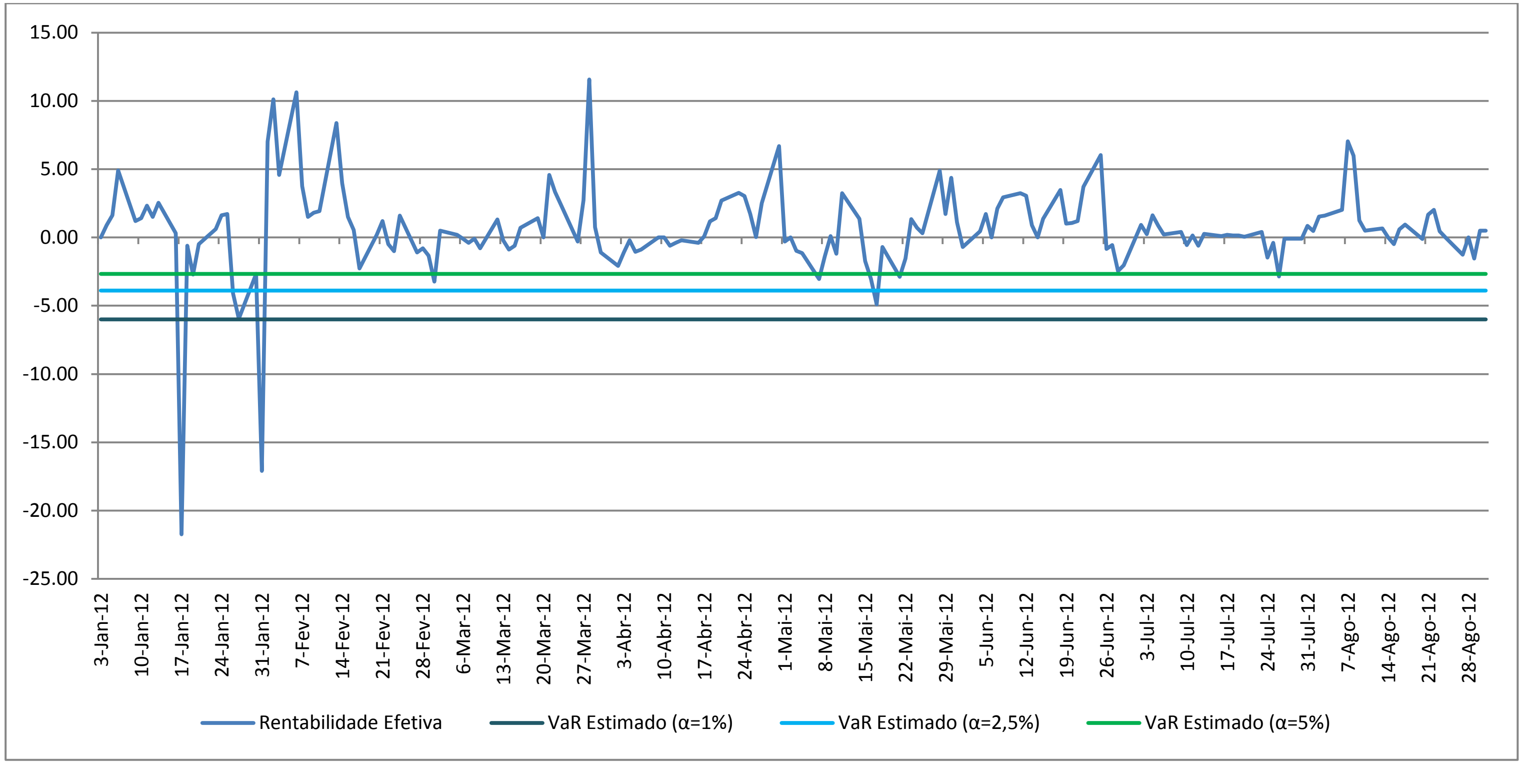
Para a teste de Kolmogorov-Smirnov é apresentado o limite de aceitação, para um nível de significância de 5%, que nos permite concluir que as séries também não seguem uma distribuição t-Student.

10.3. ANEXO 3 – VAR ESTIMADO VS RENTABILIDADE EFETIVA

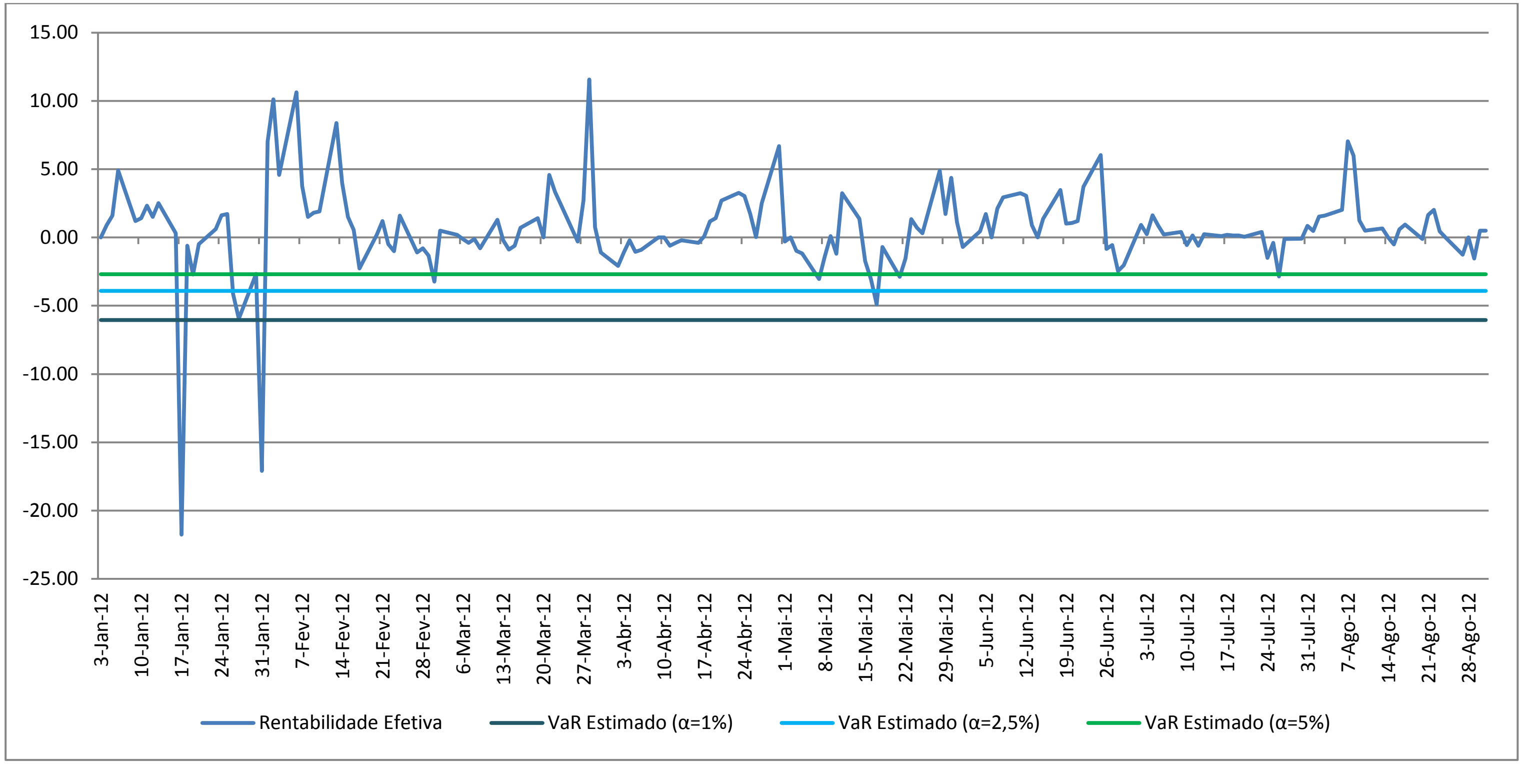
Simulação Histórica



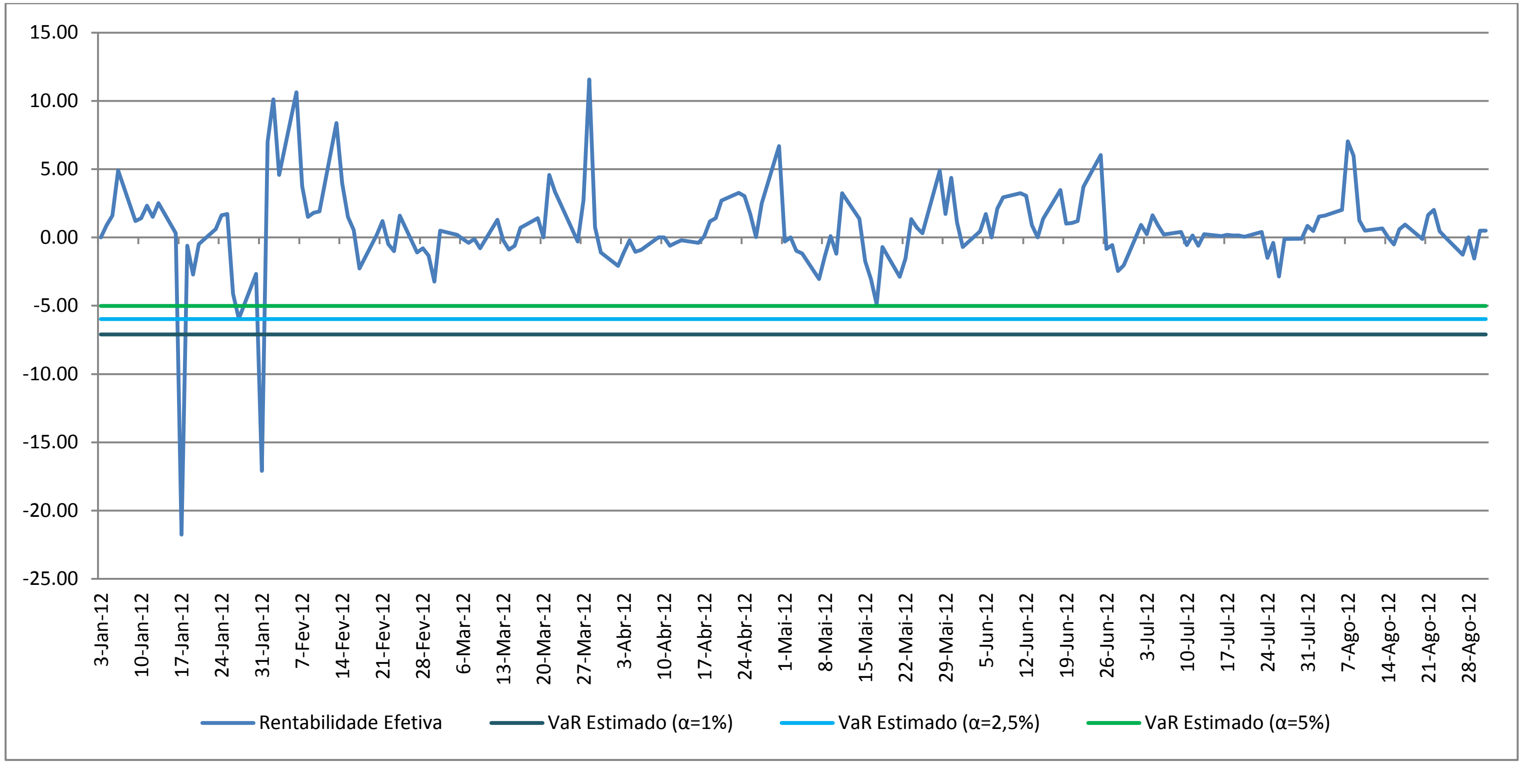
Simulação de Monte Carlo (Distribuição Normal)



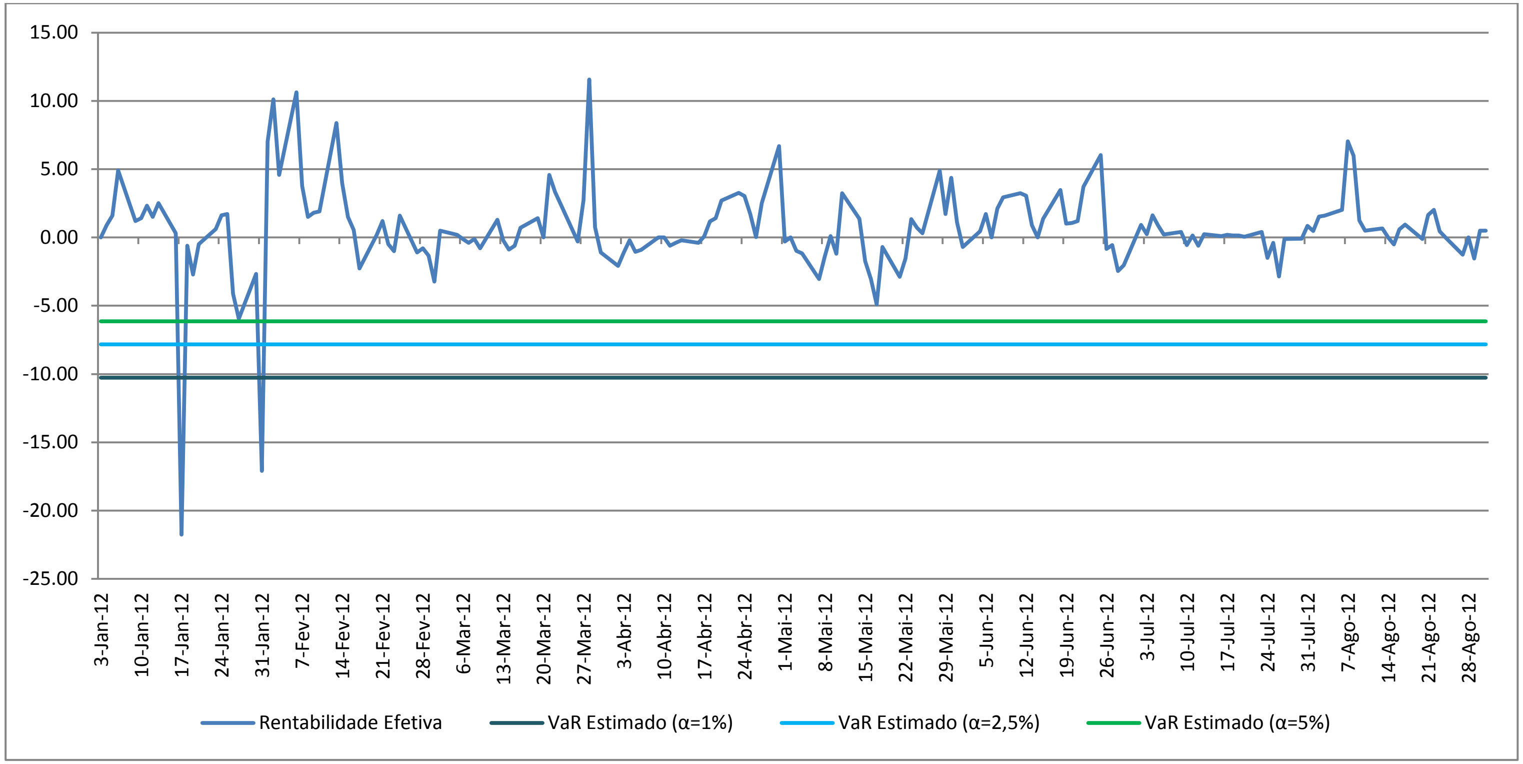
Simulação de Monte Carlo (Distribuição t-Student)



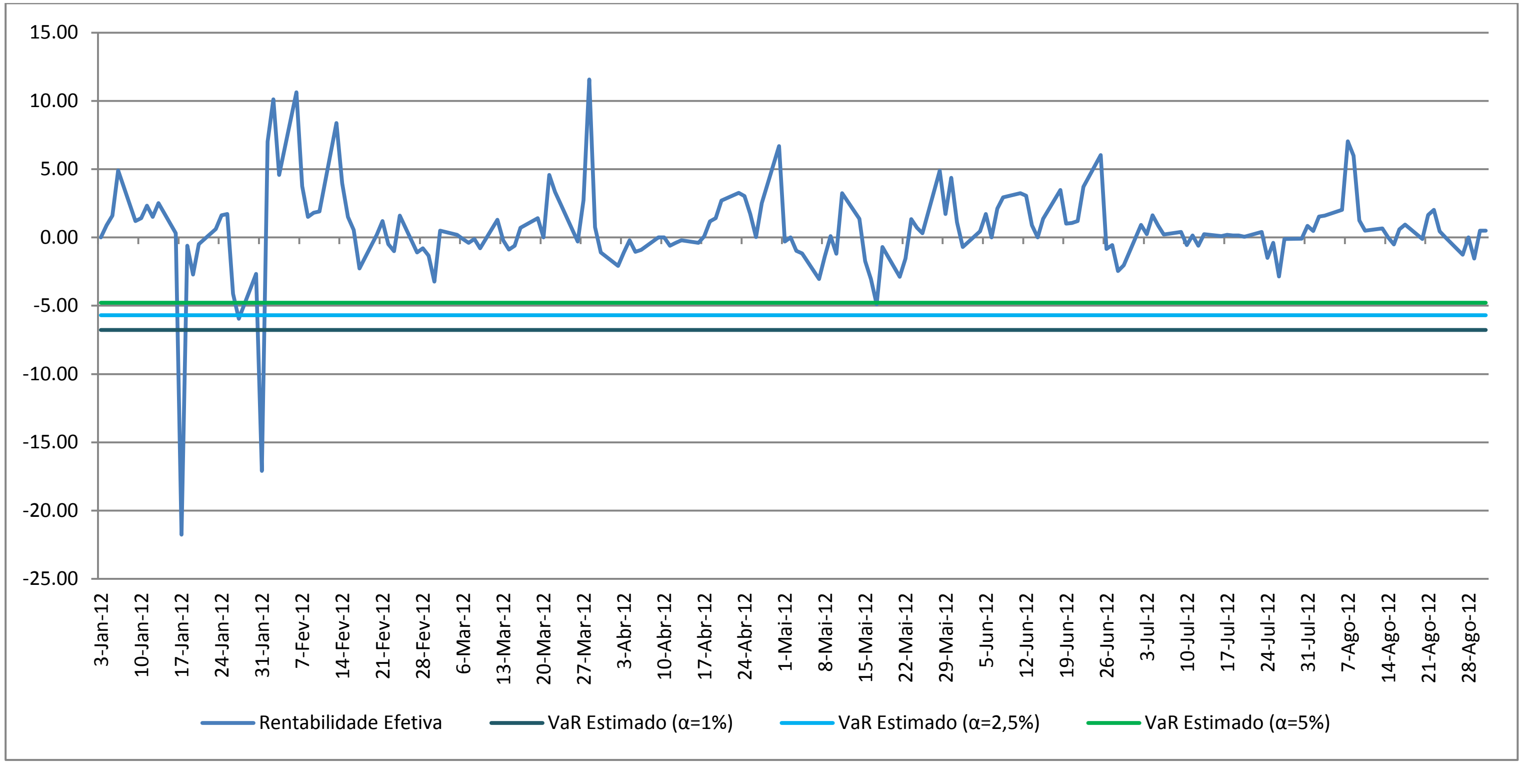
Equal Weighted (Distribuição Normal)



Equal Weighted (Distribuição t-Student)



EWMA (Distribuição Normal)



EWMA (Distribuição t-Student)